

Prepared by:
Milliman, Inc.

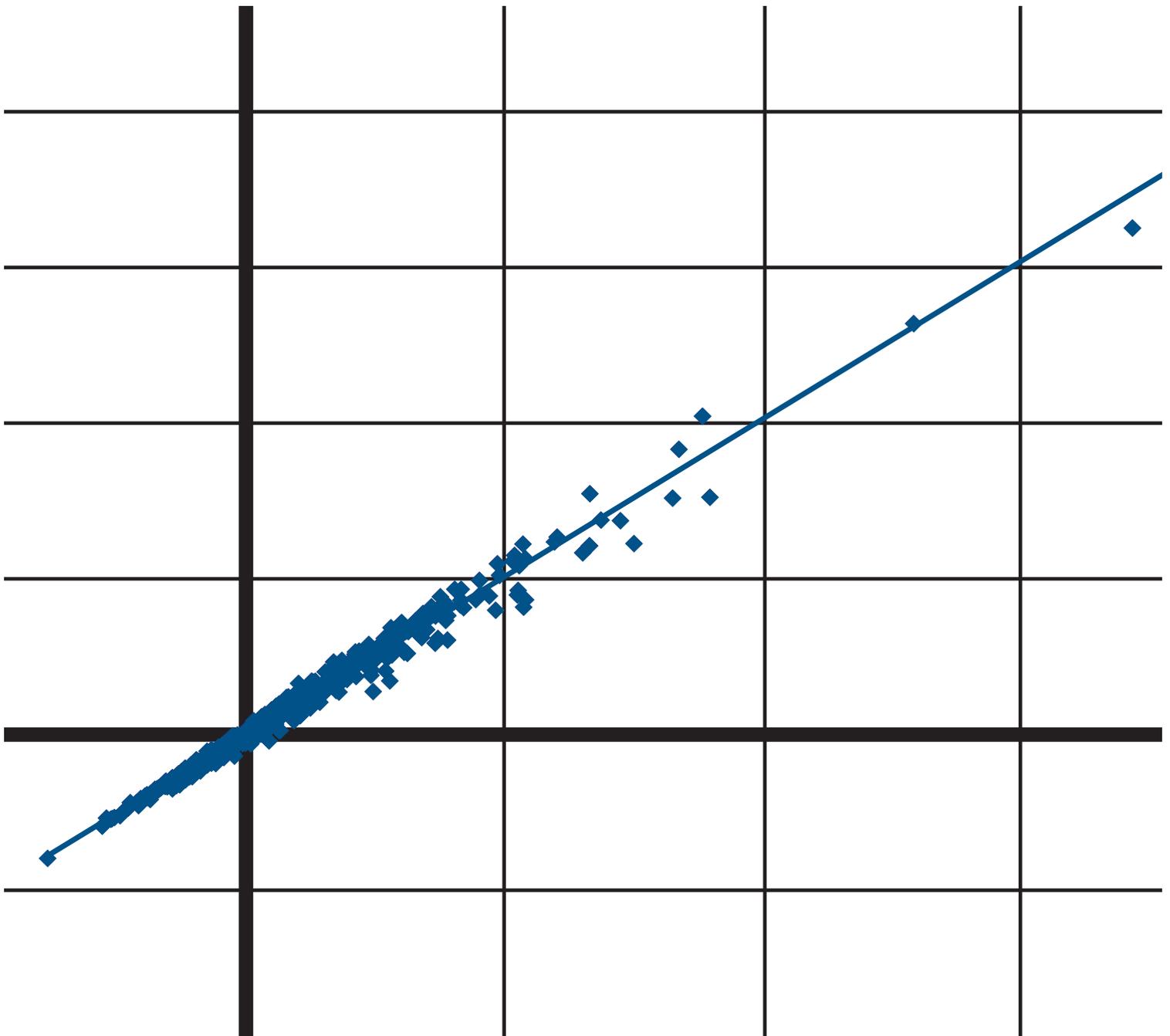
Peter Boekel
Lotte van Delft, AAG
Takanori Hoshino, FIAJ, FSA, CERA, CMA
Rikiya Ino, FIAJ, CMA
Craig Reynolds, FSA, MAAA
Henny Verheugen, AAG
Consulting Actuaries



2009年11月

複製ポートフォリオ

入門編：分析と例示





目次

総括	2
複製ポートフォリオ	3
複製ポートフォリオの定義	3
金融業界での複製ポートフォリオ活用方法	3
リスク管理との関連	9
市場リスクポジションのモニタリング、市場リスクの測定	9
リスク ダッシュボード	9
複製ポートフォリオの導出方法	10
ポートフォリオの複製手法の決定	10
経済シナリオの選択	14
キャリブレーション・データの作成	15
金融商品集合（ユニバース）の定義	15
実務的制約の定義	16
フィッティング手法とフィッティング基準の決定	17
複製ポートフォリオの限界	19
クラスター・モデリング：複製ポートフォリオに取って代わるか？	20
複製ポートフォリオとクラスター・モデリングの総体的な関係	21
例示	22
一時払変額年金	22
保険料払込中有配当養老保険	26

総括

近年ますます多くの保険会社が、事業管理プロセスの一環として、複雑な確率論的モデルを採用している。これらのモデルは、下記に代表されるような様々な目的に使用されている。

- 市場整合的エンベディッド・バリュー（MCEV）
- エコノミック・キャピタル
- ERM
- ソルベンシー II
- US GAAPにおける公正価値

これらの分析を行うために、通常、伝統的な保険数理モデルが開発されるが、その複雑さがために、リアルタイムでの財務報告プロセスとの連携が困難なものとなっている。結果として、そのようなプロセスをより実用的なものとするために、数々の技術が開発されてきた。そのうちの 하나가、複製ポートフォリオの活用である。

複製ポートフォリオとは、ある負債ポートフォリオのキャッシュフローまたは市場価値を、多数の確率論的シナリオの上で再現（複製）するように設計された資産ポートフォリオのことである。

複製ポートフォリオとは、ある負債ポートフォリオのキャッシュフローまたは市場価値を、多数の確率論的シナリオの上で再現（複製）するように設計された資産ポートフォリオのことである。ひとたび複製ポートフォリオが決定されれば、他の広範な経済情勢下における負債価値の変化や振る舞いを予測するために使用できる。

ヨーロッパでは、数々の大規模な保険会社が、定期的なモデリングや財務報告プロセスのなかで複製ポートフォリオを採用している。また、他の地域、特にアジアにおいても複製ポートフォリオに対する関心が高まっている。

複製ポートフォリオは、伝統的な保険数理モデルの価値を高めるかもしれない。特に、複製ポートフォリオを使用することにより、（多くの場合クローズド・フォームの解を用いて）市場の状況が変化した後のポートフォリオの市場価値を迅速に計算できるからである。

いくつかの理由により、複製ポートフォリオは、伝統的な保険数理モデルの価値を高めるかもしれない。特に、複製ポートフォリオを使用することにより、（多くの場合クローズド・フォームの解を用いて）市場の状況が変化した後のポートフォリオの市場価値を迅速に計算できるからである。しかし、以降で検討するように、このアプローチに限界もある。この技術を不適切に使用し、結果として間違った経営判断をしてしまう危険を減らすためにも、これらの限界を理解することが賢明である。図1では、複製ポートフォリオに関する留意点や制約とともに、その長所をまとめた。

図1：複製ポートフォリオの長所と留意点および制約

長所	留意点および制約
1. 複製ポートフォリオは、負債評価や、負債の代替キャッシュフローのプロジェクトにかかる実行時間を短縮できる。	1. 複製ポートフォリオは、保険リスク等のノンフィナンシャル・リスクの測定には適用できない。
2. 複製ポートフォリオは、洗練された手法によるリスク統合を容易にする。	2. 複製ポートフォリオの選定のためには、極めて多くのシナリオ・キャリアレーションや、信頼性の高い最適化ツールに加え、広範な資産に関する専門知識が必要となる。
3. 複製ポートフォリオを使用することにより、資産運用業務と保険業務を分別できるため、経営管理に資する。	3. 保険負債の長期性やエキゾチックな特性のため、実存する資産や流動性の高い資産では複製できない可能性がある。

複製ポートフォリオは、動的ヘッジや市場リスク管理といった他の目的にも利用される。この他にも最近使用される機会が出てきている技法の一つにクラスター・モデリングがある。クラスター・モデリングは、負債の部分集合を用いて、適切な倍率を各セルに適用することにより、負債ポートフォリオ全体を代表させるという手法である。本レポートでは、それぞれのアプローチの強みを、留意点や制約とともに論じる。加えて、いくつかの保険商品についてのケーススタディも試みる。

複製ポートフォリオ

複製ポートフォリオの定義

複製ポートフォリオとは、資本市場に存在する標準的な金融商品からなるポートフォリオで、シナリオによって異なるペイオフを持つ保険会社負債を複製するように設計されたものである。複製ポートフォリオは、多数のキャリアレーション・シナリオを用いて最適化を行うことにより決定される。複製ポートフォリオは資本市場における金融商品によって構成されるので、それを通じた負債評価はバランスシート上の資産評価と整合的となる。構成資産としては、市場に現存する資産を含むこともできれば、架空の資産や簡易な負債を含むこともできる。実際、いかなる数学関数をも含むことができるであろう。

複製ポートフォリオの技術は銀行業界により開発され、ここ数年にわたって利用されてきた。複製ポートフォリオの大きな利点は、金融市場の変化に伴う影響を再計算するスピードにある。銀行の資産データシステムは資産価値をリアルタイムに再計算する機能を有している。ほとんどの場合、資産価値を決定するのにクローズド・フォームによる解法が得られるためである。これらのシステムを利用することによって、保険会社はフィナンシャル・リスクをより高い頻度でモニターし、管理することが出来るのである。

複製ポートフォリオの大きな利点は、金融市場の変化に伴う影響を再計算するスピードにある。

金融業界での複製ポートフォリオ活用方法

複製ポートフォリオの考え方は様々な目的に利用可能であるが、大まかには、二つの応用例が考えられる。

1. エコノミック・キャピタルの計算。その確率論的な性質により、エコノミック・キャピタルの計算には膨大な計算能力が必要とされる。保険負債の代替として複製ポートフォリオを使用すれば、経済状況の変化が負債ポートフォリオの価値に与える影響を推定するために必要な計算時間を大幅に短縮することができる。
2. ヘッジおよびフィナンシャル・リスク管理。

もう一つの応用例として、複製ポートフォリオのフィナンシャル・リスク管理や財務報告分野における活用事例がある。これらの応用事例は、以降のセクションで更に詳しく検討する。

エコノミック・キャピタルの計算

近年、監督当局や格付機関は、金融機関のモニタリングにおいて、バリュー・アット・リスク (VaR) やテール・リスク (TVaR) 基準を重視する姿勢を取ってきた。こうした状況が、金融業界においてエコノミック・キャピタル計算を行うための内部モデルの開発を促すこととなった。ソルベンシーIIの導入により、保険会社は、より安定的かつ正確で透明性の高い枠組みを構築する必要性に直面し、複製ポートフォリオが、多くの保険会社にとって次世代のエコノミック・キャピタルモデルを構築するために重要な手法となったのである。

複製ポートフォリオを構築することにより、保険会社は資産と負債を統合的に分析することが可能となり、詳細なALM (資産負債管理) リスク分析を行うことができるようになる。信用リスクやオペレーショナルリスク、死亡リスクといった、ノンフィナンシャル・リスクの統合は、伝統的な相関行列、またはより先進的なコンピュータ・アプローチにより達成できる。

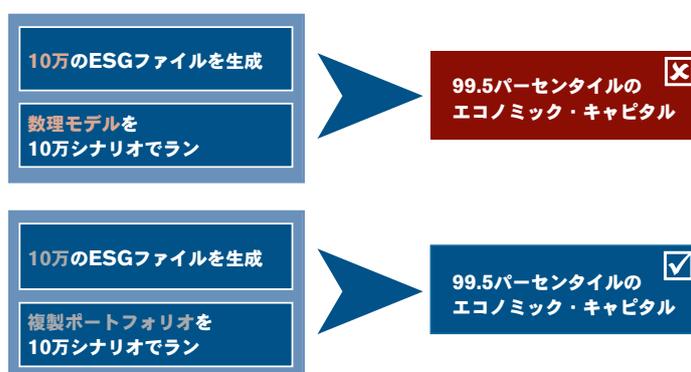
複製ポートフォリオを構築することにより、保険会社は資産と負債を統合的に分析することが可能となり、詳細なALM (資産負債管理) リスク分析を行うことができるようになる。

複製ポートフォリオを利用することの最大の動機はそのスピードである。保険会社は、複製ポートフォリオを用いることによって、エコノミック・キャピタルの諸数値を迅速かつ正確に計算し、経営判断に役立てたいのである。複製ポートフォリオの使用は、エコノミック・キャピタル計算の速度を向上させるための一つの選択肢である。

スピード

エコノミック・キャピタル計算においては、内部モデルを用いて、確率分布の左方テール部分の振る舞いを分析することが必要である。従って、非常に多くのシナリオ上で内部モデルをランさせる必要が生じる。このような多数のシナリオ上では、伝統的な保険数理モデルを短時間でランさせることは困難であろう。だが、複製ポートフォリオを用いると実行時間が短縮できる。具体的には、複製ポートフォリオを構築する際、使用するシナリオの一部を用いてキャリブレーションを行い、負債ポートフォリオの代わりに複製ポートフォリオを用いて多くのシナリオやショックをテストすることができるのである。

図2

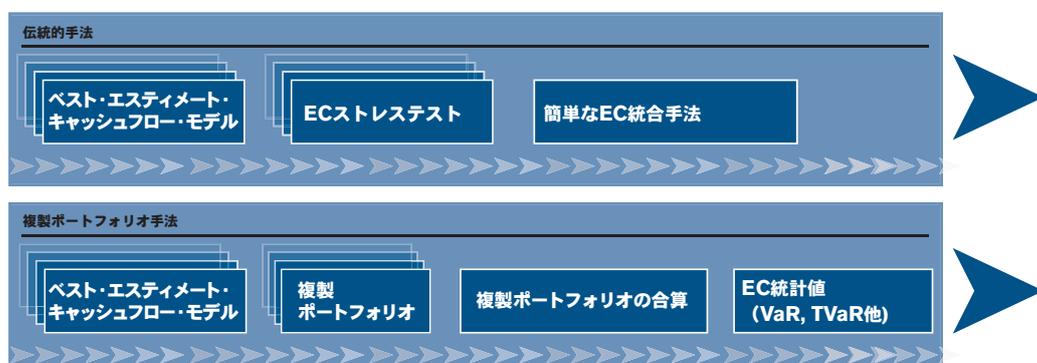


正確性

複数の事業単位を持つ保険会社は、事業単位のエコノミック・キャピタル（EC）を統合するのに大きな困難に直面している。いくつかの大きな保険会社は、エコノミック・キャピタルを概算するためにストレステストを使用している。全社レベルでの統合手法は、通常の場合極めてシンプルなものに留まっている。多くの場合、あらかじめ定められた相関行列が用いられるが、当該相関行列をキャリブレーションすることは難しい。一方、複製手法では、「真の」負債を複製ポートフォリオによって代替するのである。そうすることで、エコノミック・シナリオが暗黙裡に統合され、それゆえ事業単位のリスクもコヒーレントなアプローチにより統合できるようになる。それぞれの事業単位が複製ポートフォリオを構築し、エコノミック・キャピタル計算に用いる。異なる資産ポートフォリオを合算することによって、全社ベースのエコノミック・キャピタル値が分散効果が反映された形で得られるのである。

複製手法では、「真の」負債を複製ポートフォリオによって代替するのである。そうすることで、エコノミック・シナリオが暗黙裡に統合され、それゆえ事業単位のリスクもコヒーレントなアプローチにより統合できるようになる。

図3



負債の金融分散効果の計量化

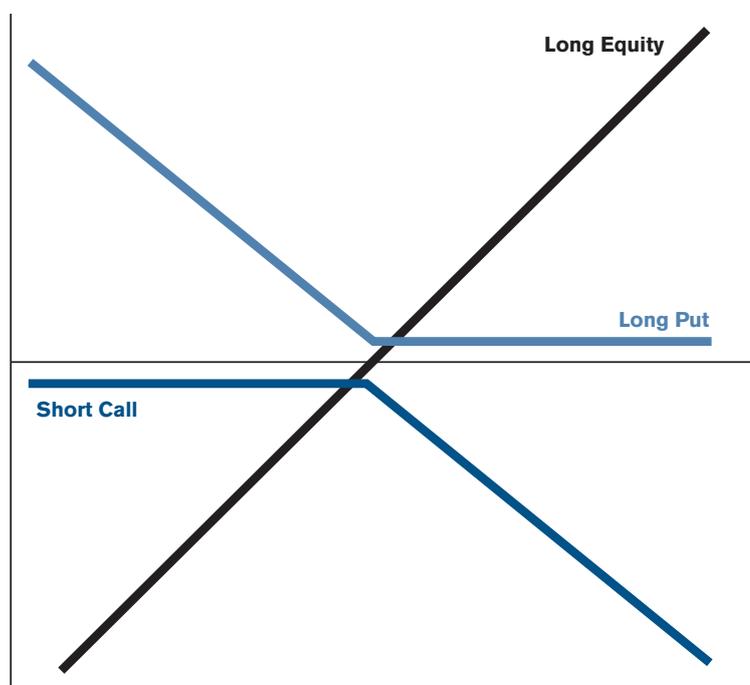
多くの資産の金融特性は、ほとんどの負債特性に比較してはるかに透明性が高い。複製ポートフォリオは、負債を資産に置換するため、結果は非常に透明性が高いものとなる。複製ポートフォリオを統合する際、複製ポートフォリオ間の分散効果は、資産を組み合わせることによって定義される。これらの資産の組み合わせの例としては、売りと買いのポジションの相殺、プット・コール・パリティや、複数商品ラインにわたるスワプションの相殺や組合せがあげられる。

複製ポートフォリオを統合する際、複製ポートフォリオ間の分散効果は、資産を組み合わせることによって定義される。

図4に示した単純なプット・コール・パリティの例がこの特徴を表現している。

図4

- 資産ポートフォリオ 1：株式 買い建て
- 資産ポートフォリオ 2：プット・オプション 買い建て
- 資産ポートフォリオ 3：コール・オプション 売り建て



別々のエコノミック・キャピタルの計算では、資産ポートフォリオ 1 は株価が下落した場合価値が下がり、資産ポートフォリオ 2 は株価が上昇した場合価値が下がり、資産ポートフォリオ 3 も株価が上昇した場合に価値が下がる。図4のグラフは、これらのポートフォリオを組み合わせることによって、結果として得られるポートフォリオは、キャッシュのように振舞うことを示している。これらの金融分散効果は、複製ポートフォリオの方がはるかに測定し易い。金融分散効果をモニターすることにより、会社は事業単位を統合した場合に得られる分散効果が最大化されるよう管理を行うこととなる。この種の分散効果により、保険会社はヘッジコストを軽減させることができるであろう。

金融分散効果をモニターすることにより、会社は事業単位を統合した場合に得られる分散効果が最大化されるよう管理を行うこととなる。この種の分散効果により、保険会社はヘッジコストを軽減させることができるであろう。

フィナンシャル・リスク管理、ヘッジ

資産運用業務、保険業務別バランスシート

銀行業界では、資産運用業務、融資業務のパフォーマンスを別々に測定するために、バランスシートを資産運用勘定、融資勘定に分けることが通常の実務となっている。銀行内の資産運用勘定は、資産運用取引に関する全ての業務からなり、融資勘定は、個人への融資、企業への融資、預金など全ての銀行業務の合算である。

この銀行業界で用いられる手法は、融資勘定を保険勘定に置き換えることによって、保険会社にも適用できる。保険会社のバランスシートは、資産運用業務と保険業務に分離することができる。複製ポートフォリオは保険負債を表し、フィナンシャル・リスクを保険業務からの資産運用業務へ移転する。保険業務のバランスシートに残存するあらゆるフィナンシャル・リスクは、複製の不完全性によるものである。「実際の」資産と、それに関連するフィナンシャル・リスクは、資産運用業務側で管理される。一般的には、会社の正味経済価値は、投資会社によって管理される。このような観点から、会社のリスク許容度に織り込まれる事前的なフィナンシャル・リスク予算が設定される。

資産運用業務と保険業務の分離を図5に示す。



図は、Swiss Re - Sigma 2005/3号より再録

実際の運用収益と複製ポートフォリオの運用収益との差は、フィナンシャル・リスクをとることに対する報酬であり、資産運用業務側に割り当てられる。

資産運用業務と保険業務を分離することの重要な利点は、複製ポートフォリオの運用収益を負債ポートフォリオに割り当てることが簡易なことである。実際の運用収益と複製ポートフォリオの運用収益との差は、フィナンシャル・リスクをとることに対する報酬であり、資産運用業務側に割り当てられる。

ヘッジ

このフレームワークにおいて、複製ポートフォリオは、負債と負債に対応する資産との間の市場リスクを日々モニターする目的に利用できる。金融市場の実況情報を使用することにより、デルタ、ベガ、ガンマ、ローといった一般的な指標をモニターすることができる。

保険勘定と資産運用勘定を分離するフレームワークのもう一つの利点は、日々の業績分析をフィナンシャル・リスクの種類によって分離して把握できる点である。

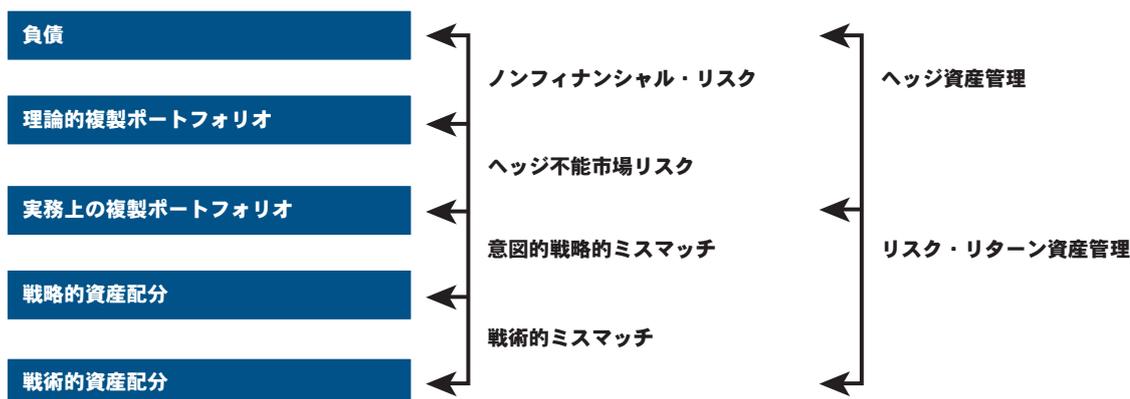
- 非市場リスク
- ヘッジ対象リスク
- ヘッジ不能市場リスク
- 戦略的・戦術的市場リスク

この種のリスク測定では、資産管理は2種類に分けられる。ヘッジ対象資産管理とリスク・リターン資産管理である。

ヘッジ対象資産管理では、ヘッジ可能な市場リスクに焦点が当てられる。担当部署は、管理下の負債を市場リスクに対し、完全に無リスク化することに集中する。複製ポートフォリオが、目標ポートフォリオとなる。しかし、ヘッジ不能市場リスクがあるため、理論上の複製ポートフォリオは必ずしも実用的であるとは限らない。例として、保険負債の超長期の金利リスクがある。

リスク・リターン資産管理では、戦略的、戦術的な市場エクスポージャーに焦点が当てられる。担当部署は市場における投資機会を探ることに集中する。リスク・リターン資産管理では、特に投資機会に基づいて、リスクを許容する。

図6



保険負債評価

ソルベンシーIIでは、リスク評価のために市場整合的手法を使用する。ソルベンシーII指令書（第76条第4項）およびQIS4技術仕様書(II.A.8)には、複製ポートフォリオによる技術的準備金の評価が選択肢として与えられている。

第76条第4項 保険および再保険引受の最良推定およびリスク・マージンは、分離して評価されなければならない。しかるに、保険または再保険の債務にかかる将来キャッシュフローが、信頼できる市場価値が観察可能な金融商品を用いて信頼性をもって複製できる場合には、これらの将来キャッシュフローに係る技術的準備金は、それらの金融商品の市場価値に基づいて決定されなければならない。この場合、最良推定およびリスク・マージンを別々に計算することは要請されない。

QIS4 TS.II.A.8. 保険債務の将来キャッシュフローが、市場価値が直接観察可能な金融商品によって複製可能な場合には、最良推定およびリスク・マージンを別々に計算することは要求されない。この場合、技術的準備金は、それらの金融商品の市場価値に基づいて決定されるべきである。

一般的に、全ての場合において信頼できる市場価値が観測可能な金融商品であっても、キャッシュフローが完全に複製可能である訳ではない。その主な理由として、保険引受リスクやオペレーショナルリスクは、ヘッジ不能と考えられることが挙げられる。最良推定からの悪化方向への乖離に対して、対応するリスク・マージンが技術的準備金に含まれている必要がある。複製ポートフォリオを活用しているほとんどの会社は、技術的準備金を決定するために、複製ポートフォリオの市場価値に、上述したリスクに対するリスク・マージンを加えている。

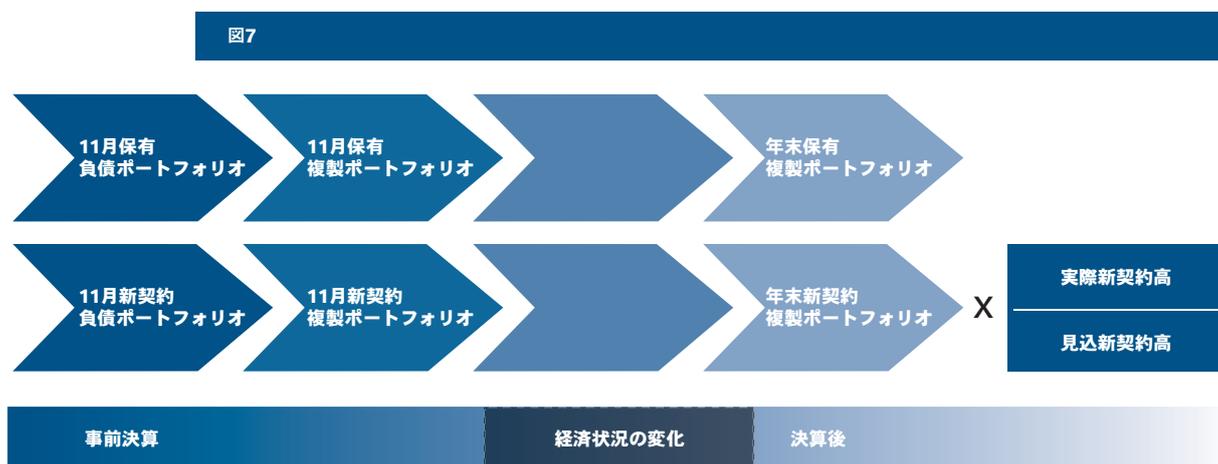
財務報告の迅速化

負債の（リスク・マージンやヘッジ不能リスクのコストを除く）市場価値計算には、たいへん長い時間を要する可能性がある。そのほとんどは、オプションおよび保証の時間価値の評価にかかる時間である。その計算および結果の分析にかかる所要時間と決算日後数日以内で数値を報告したいという会社の要求とは両立が困難である。複製ポートフォリオの使用は、この問題の解決策となり得る。決算日には、経済シナリオ作成のための最新の情報や保有データの取得を行う。通常、複製プロセス自体は現時点の市場環境を反映して洗い替える必要が無い場合、複製ポートフォリオを利用することによって、経済的変化を迅速に反映することが可能である。

ソルベンシーII指令書（第76条第4項）およびQIS4技術仕様書(II.A.8)には、複製ポートフォリオによる技術的準備金の評価が選択肢として与えられている。

その計算および結果の分析にかかる所要時間と決算日後数日以内で数値を報告したいという会社の要求とは両立が困難である。複製ポートフォリオの使用は、この問題の解決策となり得る。

図7は、年末における決算速報の過程を表している。決算速報は、その決算年の11月の複製ポートフォリオに基づいている。



この複製ポートフォリオ手法による報告のフレームワークの欠点は、負債の詳細が得られない点である。決算前の複製と最終の決算の間に、負債構成に変化があったかもしれないし、例えば、ユニット・リンク商品の原資産のファンドバリューが大きく変化すれば、最終の決算時の複製ポートフォリオは、決算前でのそれと、かなりかけ離れたものになっているかもしれない。このフレームワークは、決算前複製時と最終の決算時の間で負債構成が安定的である場合にのみ適用できる。

リスク管理との関連

市場リスクポジションのモニタリング、市場リスクの測定

近年、多くの保険会社がグreekによる市場リスク・エクスポージャーのモニタリングを行っている。保険会社が抱える最も大きな問題は、そのグreekを定期的にアップデートすることが難しいということである。銀行業界においては、時々刻々と変わるマーケットデータを直接用いて、資産と負債のグreekの計算を行っている。これらのシステムを活用することにより、保険業界においても負債のグreekを常時モニターすることができる。複製ポートフォリオのフレームワークを用いれば、資産ポートフォリオにより負債価値を複製できる。この資産ポートフォリオを銀行業界のシステムにのせることで、デルタ、ベガ、ガンマやローといった標準的な統計値を常時モニターすることも可能となる。

複製ポートフォリオのフレームワークを用いれば、資産ポートフォリオにより負債価値を複製できる。この資産ポートフォリオを銀行業界のシステムにのせることで、デルタ、ベガ、ガンマやローといった標準的な統計値を常時モニターすることも可能となる。

リスク ダッシュボード

リスクダッシュボードは保険会社のリスクポジションを表すシンプルなツールである。全社レベルでの統計値を用い、CRO（チーフ・リスク・オフィサー）や取締役会メンバーが、その保険会社のリスク・エクスポージャーを観察することができる。リスクダッシュボードが含む情報には、下記のようなものがある。

- 経済価値ベースのバランスシート
- エコノミック・キャピタル（全社レベルでの合算またはリスク種類別）
- 経済価値ベースのバランスシートのグreek
- 期待収益
- 各種経済データ
- アーニング・アット・リスク（EaR）
- キャピタル・アット・リスク（CaR）

複製ポートフォリオの導出方法

複製ポートフォリオを決定するための一般的な手順の概略は以下の通りであり、各ステップの詳細を後述する。

1. ポートフォリオの複製手法の決定
2. 経済シナリオの選択
3. キャリブレーション・データの作成
4. 複製に使用する金融商品集合（ユニバース）の定義
5. 実務的制約の定義
6. フィッティング手法とフィッティング基準の決定

ポートフォリオの複製手法の決定

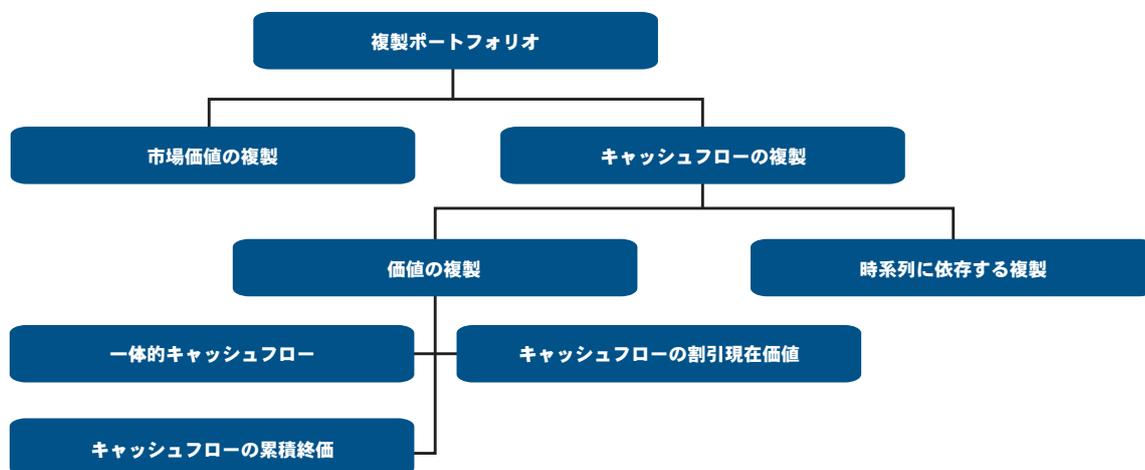
複製ポートフォリオのフレームワークには、異なる種類の複製手法がある。その違いは最適化ターゲットの差である。最適化ターゲットは、市場価値の複製とキャッシュフローの複製の2種類に分けることができる。キャッシュフローの複製では異なるシナリオにおける各期の将来キャッシュフローの複製を行おうとするが、市場価値の複製では負債の市場価値の複製を行おうとする。

キャッシュフローの複製手法には二つのアプローチがある。

1. 全ての期間における全てのキャッシュフローの複製、つまり、
 - ・ 時系列に依存する複製
2. 異なる期間のキャッシュフローを単一の価値で評価し、その価値を複製。ここで用いられる単一価値としては以下が考えられる。
 - ・ 一体的キャッシュフロー
 - ・ キャッシュフローの累積終価
 - ・ キャッシュフローの割引現在価値

これらの二種類の手法の差異は、金利リスクに対するデュレーション・マッチングとキャッシュフロー・マッチングの差異と対照される。デュレーション・マッチングは、一次の最適化フィットを与えるが、正確な金利リスクのエクスポージャを複製する訳ではない。市場価値の複製では、キャッシュフローの現在価値や累積終価が複製されるが、キャッシュフローのタイミングは、必ずしも正確に複製されない。キャッシュフローの複製では、負債のキャッシュフローの正確なタイミングを見つけることがその基準のベースとなるが、価値の複製では、この種のフィットは常に要求される訳ではない。

図8：キャッシュフローの複製



各期間におけるキャッシュフロー複製

このタイプの複製では各期間において独立にキャッシュフローをマッチングさせる。全体の複製ポートフォリオは、各年の小さな複製ポートフォリオを集めて構成される。各期間毎にキャッシュフローが読み込まれ、最適化が実行される。一体的キャッシュフロー複製（下記参照）との違いは、異なる年のキャッシュフローは互いに独立に複製される点である。

数式では下記のように表現される。

$$CF_{Liab}(s, t) \approx \sum_{p=1}^P w_p CF_{Asset}(p, s, t)$$

s = 各シナリオ

t = 各時間間隔

w_p = 複製資産集合の各資産の比重

p = 複製に使用する資産種類集合に属する各資産

CF_{Liab}(s, t) : シナリオs、時点tにおける負債キャッシュフロー全体

CF_{Asset}(p, s, t) : シナリオs、時点tにおける資産pのキャッシュフロー

一体的キャッシュフロー複製

別の方法として、キャッシュフロー合計額により複製を行うことができる。この方法は、主に貨幣の時間価値の影響が少ない、短期の負債の複製のみに適用される。

キャッシュフロー割引現在価値複製

このタイプの複製では、ある時点における負債と資産のキャッシュフローの割引現在価値をマッチングさせる。

$$\sum_{t=1}^n CF_{Liab}(s, t) * \prod_{j=0}^t (1 + R(s, j))^{-1} \approx \sum_{t=1}^n \left[\sum_{p=1}^P w_p CF_{Asset}(p, s, t) * \prod_{j=0}^t (1 + R(s, j))^{-1} \right]$$

R(s) : シナリオsにおける1年金利

キャッシュフロー累積終価複製

この方法では、キャッシュフローのタイミングを考慮し、無リスク・フォワードレートによる利息を付してキャッシュフローを累積する。全ての将来キャッシュフローに対し一つの複製ポートフォリオを導出する。キャッシュフロー複製手法との違いは、各年のキャッシュフローが独立に複製される必要はないということである。

$$\sum_{t=1}^n CF_{Liab}(s, t) * (1 + FR(t, n))^{n-t} \approx \sum_{t=1}^n \left[\sum_{p=1}^P w_p CF_{Asset}(p, s, t) * (1 + FR(t, n))^{n-t} \right]$$

FR(t, n) : t年～n年の期間に対応するフォワードレート

市場価値の複製

このタイプの複製では、負債の市場価値と資産の市場価値をマッチングさせる。しかし、保険負債の一部分であるリスク・マージンについては、完全に複製することは不可能である。下式では、負債の時価にアスタリスクをつけてリスク・マージンが含まれていないことを強調してある。

この方法は、グreek・フィッティングとしても知られている。この手法においては、各シナリオにおいて市場価値が比較される。以下は、一シナリオのみについての等式である。

$$MarketValue^*_{Liab} = \sum_{p=1}^P w_p MarketValue_{Asset}(p)$$

このタイプの複製の困難な点は、全ての異なるストレスシナリオについて、負債の市場価値を決定しなければならない点である。オプションと保証を有する負債については、これらのオプションと保証の価値をそれぞれのシナリオについて決定しなければならない。オプションと保証の計算には、十分な量（例えば1000シナリオ）のリスク中立シナリオが必要であるため、複製に必要な確率論的シナリオ数は急激に増加する。もし、オプションと保証の計算にクローズド・フォーミュラを利用することができれば、計算は極めて簡単化され、必要とされるのはストレスシナリオにおける計算のみとなる。

各手法の長所と短所

どちらの手法にも幾つかの長所と短所があるが、一方の手法が明らかに他方よりも優れているということはない。ただ、キャッシュフローの複製の方がより多く利用されている。ここで重要なことは、複製手法の選択が、保険負債、その構造、得られるリソースや時間に基づいて行われるという点に注意を払うことである。

図9に、それぞれの手法の長所・短所をまとめる。概して、一方の手法の利点が他方の欠点となっている。ここでは長所・短所が重複する部分は記載していない。

ここで重要なことは、複製手法の選択が、保険負債、その構造、得られるリソースや時間に基づいて行われるという点に注意を払うことである。

図9

	キャッシュフローの複製	市場価値の複製 (グリーク・フィッティング)
長所	<p>1. 割引現在価値の複製を除けば、オプションと保証の価値を全ての時点、全てのシナリオで評価する必要がない。結果的に、クローズド・フォームによる解や、確率論的シナリオ（全ての複製シナリオに対応するリスク中立シナリオ）が必要とされない。</p> <p>2. 負債の内在的構造に関するより多くの情報が得られる。</p> <p>3. 一般的には、良好なフィットを持つキャッシュフローが存在すれば、キャッシュフローの現在価値も良好にフィットする。その結果は、保険負債のマーク・トゥー・モデル計算の検証に利用できる。</p> <p>4. 保険負債が安定的である場合は、この手法に必要なキャッシュフローの情報は再利用できる。この場合、キャッシュフローの再計算は必要なく、結果は安定的である。</p> <p>5. 経営者と契約者の行動をキャッシュフローに反映することができる。しかし、その複製可能性は、当該行動がどのくらい複雑かによるところが大きい。</p> <p>6. 複数年のエコノミック・キャピタルの計算を目的とする場合には、キャッシュフローレベルでの複製が必要となる。それぞれのキャッシュフローを個別に複製することによって、将来のキャッシュ・アウトフローを考慮に入れることができる。</p>	<p>1. 可能な場合には、クローズド・フォーミュラがオプションと保証の評価に利用できる。</p> <p>2. 将来の財務報告では市場価値評価が用いられるが、市場価値の複製はこの財務報告手法と整合的である。</p> <p>3. グリーク・フィッティングが日々のフィナンシャル・リスク管理に利用できる。</p>
短所	<p>1. より詳細な情報が必要となり、結果的により詳細なシナリオや最適化が必要となる。</p> <p>2. 複製ポートフォリオの構築に多大な時間がかかる。またそれを行うために、より専門的な技術が必要とされる。</p> <p>3. キャッシュフローを複製するための取引可能な金融商品が全く無いか、存在しても極少数の場合がある。例としては、デュレーションが10年以上の株式関連商品や、30年または50年以上の市場金利に対する金融商品などである。必要であれば、複製に仮想的な資産を使用することもできるが、その場合、複製ポートフォリオはヘッジ目的には利用できない。</p>	<p>1. オプションと保証の価値評価が全ての複製時点、シナリオにおいて必要となる。結果的に、複製に使用される全てのシナリオ・セットに対してリスク中立シナリオ・セットが必要となるが、これは実務的に大変な作業になる。</p> <p>2. 単一の時点においてフィットが最適化される。このため、極めて多くのシナリオが複製に必要となる。</p> <p>3. 複製の目的や保険負債の推移によっては、頻繁なリバランスが必要となるかもしれない。</p>

複製ポートフォリオの導出過程では、キャリブレーション・シナリオとして用いる多数のシナリオ（通常およそ1000シナリオ）が必要となる。負債モデルをこれらのシナリオでランすることにより、キャリブレーションに必要なキャッシュフロー・データを生成しなければならない。

各シナリオにおいて異なる振る舞いが見られるため、3種類（リスク中立、リアル・ワールド、ストレス）全てのシナリオが使用される。

経済シナリオの選択

複製ポートフォリオの導出過程では、キャリブレーション・シナリオとして用いる多数のシナリオ（通常およそ1000シナリオ）が必要となる。負債モデルをこれらのシナリオでランすることにより、キャリブレーションに必要なキャッシュフロー・データを生成しなければならない。これらのシナリオは、完成した複製ポートフォリオに適用する予定のストレステストと整合的なシナリオを十分代表するように選択すべきである。

シナリオ数

複製ポートフォリオの重要な目的は、レポートニングとパフォーマンス測定のスPEEDを改善することである。このスPEEDを高めるために、複製ポートフォリオを特定する高速なフレームワークをもつことが不可欠である。特定のために必要なシナリオ数は、シナリオによって変動するキャッシュフローのダイナミクスに大きく依存している。必要シナリオ数を増加させる複雑性の例として下記の事項が挙げられる。

- 簿価利回り（配当計算目的のために、会計の仕組みをモデリングすることが追加で必要となる。）
- 動的な契約者行動
- 経営者の行動

一般的には300~1000本の基本シナリオと、200本のエクストリーム・シナリオが使用される。エクストリーム・シナリオは、負債の種類により異なる。例えば、予定利率が約定された有配当の伝統的保険種類では、エクストリーム・シナリオは主にアップサイドのシナリオをカバーすることになる。なぜならば、ダウンサイドへのストレスシナリオを含めても通常はキャッシュフローが変化しないためである。基本シナリオはリアル・ワールドまたはリスク中立シナリオのいずれの場合も考えられる。

シナリオの分布

最適化前

シナリオによってキャッシュフローが変動する場合、シナリオ分布は重要な要素である。リスク中立、リアル・ワールドまたはストレスシナリオの系統だった集合を使用することによって、最適化過程では広範囲なシナリオ下のキャッシュフローを扱う。

各シナリオにおいて異なる振る舞いが見られるため、3種類（リスク中立、リアル・ワールド、ストレス）全てのシナリオが使用される。リスク中立シナリオは負債評価値の複製に用いられる。リアル・ワールド・シナリオにより、リスク中立シナリオには欠如している経済循環特性が反映される。ストレスシナリオでは、分布のテール部分に現れる異常な価値分布の効果を複製する。

最適化には、複製の目的にあった適切なシナリオ種類を使用することが重要であり、シナリオ生成モデル自体は、比較的重要度は低い。例えば、価値の複製が適用される場合、その価値を導出するために用いるシナリオは市場整合的でなくてはならず、従ってリスク中立シナリオが含まれるべきである。リアル・ワールド・シナリオ上でエコノミック・キャピタルを導出するために複製ポートフォリオをシミュレーションするのであれば、最適化には、テール値での振る舞いのためにストレスシナリオが必要であると同時にリアル・ワールド・シナリオも含まれるべきであろう。

分析

複製ポートフォリオの最適化の後、キャリブレーションには用いなかったシナリオを用いて適合度を評価することが必須である。適合度は、キャリブレーションに使用したシナリオと同じ精度でのフィットであるべきである。キャリブレーションに用いなかったシナリオで最適化パフォーマンス評価を行うことは、複製が最適化シナリオに特定のものでないことを確認するために必須である。キャリブレーションに用いなかったシナリオとしては、最適化で使用されたシナリオと同種類のシナリオ（リスク中立、リアル・ワールドまたはストレスシナリオ）が用いられるが、最適ポートフォリオを決定するために用いられたシナリオとは異なるものを用いる。複製ポートフォリオの利用目的やこれらのシナリオ上での最適化パフォーマンスに基づき、各シナリオの重みを調整することもある。例えば、エコノミック・キャピタルの計算では、テール分布が最も重要であるため、最適化ではダウンサイドのストレスシナリオにより大きな比重を置くことが考えられる。

複製ポートフォリオの最適化の後、キャリブレーションには用いなかったシナリオを用いて適合度を評価することが必須である。適合度は、キャリブレーションに使用したシナリオと同じ精度でのフィットであるべきである。

キャリブレーション・データの作成

複製過程の第一ステップは、多数のキャリブレーション・シナリオでキャッシュフローを生成することである。そのようなキャッシュフローは通常、伝統的数理モデルで一件別のランを行うことにより生成されるであろう。このモデルは、一般的には経済シナリオと整合的な契約者または会社の動的行動を適切に反映したものとすべきである。

金融商品集合（ユニバース）の定義

複製ポートフォリオの主目的が何かを事前に明確にしておくことは重要である。複製資産を実際に保険会社が取引するかどうかは重要なファクターである。なぜなら、その答えに応じて、複製資産の流動性に関する制限が決定されるからである。従って、このような場合には、フィットを最も重視する場合よりも限定的な範囲の金融商品しか使えないこととなろう。フィットを重視する場合は、あらゆる店頭取引（OTC）商品や、人工的商品を対象に含めることとなるからである。

実際に取引されている資産を対象とすることの一つの利点は、その資産の市場価値が常時入手可能であり、その複製ポートフォリオはヘッジの目的に利用できることである。取引されていない資産の場合、市場整合的評価を行うことが必要となろう。

理論的な複製を行う場合、シナリオによって異なる負債のペイオフを複製し得るあらゆる種類の資産が金融商品集合（ユニバース）に含まれていなければならない。シナリオ依存の大部分は、負債キャッシュフローの、金利、株式、不動産、外国為替レートなどの経済状況による変化によって説明可能である。下記に列挙された資産は、このような特性を全て含んでいる。店頭取引によるエキゾチック資産も含めることが考えられるが、金融市場の実況情報を得るといった目的では常に機能するとは限らず、また高い取引費用がかかる。

図10：複製ポートフォリオ資産集合（ユニバース）のまとめ

資産種類	内容
割引債	利息が無く、確定金額が満期償還される
利付債	確定利息が支払われ、確定金額が満期時に償還される
不動産担保証券（MBS）	実勢利率により、各証券の契約期間にわたって繰上げ返済が可能な不動産担保証券
変動利付債	短期金利の変動に連動した利息および満期償還
スワップ	変動金利と交換に固定金利に基づく利息を受け取り、または支払う。フォワード・スタートのスワップは、スワップの開始を遅延可能であり、複製手段として利用可能
CMS	固定満期スワップ。短期金利と引き換えにスワップ金利での利息の支払い、または受け取り
スワプション	受取または支払のスワップを開始することができる権利（現金決済型、現物決済型ともに利用可能）
バリア・スワプション	上記と同様だが、ノックインまたはノックアウト方式（上方向または下方向）の経路依存型オプション（フォワード・スタート機能が利用可能）
金利のキャップとフロア（上限と下限）	特定の金利に対する一連のコール・オプション
指数資産	株式・不動産等のトータルリターン指数に基づく資産
指数デリバティブ	指数資産のヨーロピアン・コールまたはプット・オプション
指数連動債	インフレ指数に連動した利息および満期償還
為替オプション	外国為替指数のオプション

実務的制約の定義

複製ポートフォリオの資産が実際に保有され、理論的な複製ポートフォリオの計算のみに使用されるのでない場合、様々な実務的制約が当てはまるであろう。いくつかの実務的制約を下記に掲げる。

トレーディング行為と費用

保険負債の「エキゾチック」な振舞いを再現するためには、理論的複製ポートフォリオは非流動的で取引費用がかかる資産を含む可能性がある。取引費用は殆どの場合、取引可能性・流動性に依存する。例えば、店頭取引のエキゾチック・デリバティブ契約などである。ヘッジコストや非流動性に制限を設けることにより、複製ポートフォリオのこれらの契約に対してのエクスポージャーを減らすことができよう。これらの制限はヘッジ効果の逓減を招く可能性は否めないが、全体としてのヘッジコストは低減する。この制限は、保険会社の費用対リスクの割合にかなり依存する。

リバランスの頻度

複製ポートフォリオは頻繁に決定される。それでも複製ポートフォリオを構成する資産は、大きく変化するかもしれない。例えば、前回の複製では残存期間が8.5年の割引債が50億買われたものの、3か月経った今回の

複製では残存期間9年の複製でより良好なフィットがあった場合などである。会社のリバランスの頻度に制限がある場合、元のポートフォリオを保持することになる。

売りと買いのポジション

平準払商品では、複製ポートフォリオは売りポジションを持つ傾向がある。複製ポートフォリオが実際のヘッジに用いられる場合、売りポジションは望ましくないであろう。この場合、複製ポートフォリオは売りポジションに制限を設けた上で構成されるべきである。これにより、最適性は劣るものの、より適用範囲の広い複製ポートフォリオとなるかもしれない。

戦略的、戦術的資産構成

資産の集中

ヘッジ目的で複製ポートフォリオが利用されるのであれば、会社は集中リスクの可能性を認識しなければならない。複製ポートフォリオは、流動的市場において、資産の過度な集中を招く恐れがある。ヘッジの観点からは、これは理論上の影響である。投資の観点からは、複製ポートフォリオは分散投資効果の減少を招くものである。複製ポートフォリオが定められた集中度以内に収まるよう、実務的制約を設けることが考えられる。

金融市場の短期的な見通し

通常、保険会社の資産運用担当部署は、十分に洗練された知識・情報を有しており、金融市場に関する戦術的視点を持っているであろう。戦略的資産構成からの乖離状況は、毎日モニターされなければならない。

フィッティング手法とフィッティング基準の決定

複製の精度評価のためにいくつかの基準が利用できる。本セクションでは、適用可能な二つの基準の概要を述べる。

複製の精度

最小二乗法

いくつかの診断方法により、複製の精度は測定される。最も適用が容易であるのは、二乗平均誤差である。

$$\sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S q(s) [CF_{liab}(s, t) - CF_{Repl}(s, t)]^2$$

s = 各シナリオ

t = 各時間間隔

q(s) = シナリオの比重

上記の合計結果は最小化されなければならない。ヘッジおよびエコノミック・キャピタルの計算では、高い相関係数が必須である。第一のステップは、負債キャッシュフローの時間およびシナリオ平均を計算することである。

$$\overline{CF}_{liab} = \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T q(s) CF_{liab}(s, t)$$

ここで、

$$\sum_{s=1}^S q(s) = 1$$

次にR²係数を決定する。

ヘッジ目的で複製ポートフォリオが利用されるのであれば、会社は集中リスクの可能性を認識しなければならない。複製ポートフォリオは、流動的市場において、資産の過度な集中を招く恐れがある。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T q(s) [CF_{liab}(s,t) - CF_{repl}(s,t)]^2}{\sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T q(s) [CF_{liab}(s,t) - \overline{CF}_{liab}(s,t)]^2}$$

全てのシナリオの $q(s)$ を均等な比重とすることは一般的であるが、エコノミック・キャピタルの計算では、分布のテールにおける結果に関心があるわけで、このことを考慮すると負債キャッシュフローの現在価値が小さいシナリオよりも大きなシナリオの方がより大きな比重を持つであろう。

全てのシナリオの $q(s)$ を均等な比重とすることは一般的であるが、エコノミック・キャピタルの計算では、分布のテールにおける結果に関心があるわけで、このことを考慮すると負債キャッシュフローの現在価値が小さいシナリオよりも大きなシナリオの方がより大きな比重を持つであろう。

R^2 係数が唯一の複製ポートフォリオの最適化の測定指標というわけではない。複製の目的や、どのシナリオにおいてフィットが良いか、悪いかということも意思決定の際に考慮されるべきである。例えば、エコノミック・キャピタルの計算に複製ポートフォリオが用いられるのであれば、平均付近のシナリオよりも極端なシナリオが強調される。こうしたことを考慮することで、複製ポートフォリオや、そのフィットが変わるかもしれないのである。

残差

プロジェクトの各時点の複製状況に関するより詳細な情報を得るために、標準残差や正規化された残差を導出できる。残差は、負債と複製ポートフォリオのキャッシュフローの差である。これをグラフにプロットすることで、どの辺りでミスマッチが大きくなっているかを確認することが出来る。

正規化された残差の平均により、異なる複製ポートフォリオを比較し、また残差の時間的推移を調べることができる。

$$r(s,t) = \frac{CF_{liab}(s,t) - CF_{repl}(s,t)}{CF_{liab}(s,t)}$$

$$\bar{r}(t) = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S r(s,t)$$

複製ポートフォリオの限界

保険会社は、計算のスピードと正確性を改善するために複製ポートフォリオを役立てることができよう。しかし、複製ポートフォリオにはいくつかの限界もある。

保険引受リスク

複製ポートフォリオは、フィナンシャル・リスクを計量、管理するためにはとても役立つ。しかし、保険引受リスクの計量や測定には全く利用できない。例えば、あるアナリストが新型インフルエンザの流行の影響を計量化したいとしても、複製ポートフォリオは利用できない。更に、保険引受に関する前提が大きく変わった場合、複製のキャリブレーション過程は再度行われなければならない。

複製ポートフォリオは、フィナンシャル・リスクを計量、管理するためにはとても役立つ。しかし、保険引受リスクの計量や測定には全く利用できない。

シナリオリスク

複製過程では、負債の再現のために資産を使うため、負債のキャッシュフローに内在する契約者の動的な行動を捕捉するためには、通常極めて多くのシナリオ（キャリブレーション用シナリオ）が必要となる。キャリブレーション用シナリオを慎重に選択しないと、キャリブレーション用シナリオ上で良好なフィットであっても、全てのシナリオ上で良好なフィットである確証は得られない。これは思考実験により容易に理解できる。例えば、1000シナリオが複製ポートフォリオの導出に用いられたとする。この複製ポートフォリオが1001番目のシナリオ上で生成するキャッシュフローを考える。このキャッシュフローがどのようなものであれ、負債はこのシナリオ上では全く異なるキャッシュフローを生成する可能性がある。複製ポートフォリオの利用者は、このことが重大なリスクにつながり得る点に注意しなければならない。これは特に、下記の状況において問題となる。

キャリブレーション用シナリオを慎重に選択しないと、キャリブレーション用シナリオ上で良好なフィットであっても、全てのシナリオ上で良好なフィットである確証は得られない。

- 複製資産の尖形的振る舞い（仮に1001番目のシナリオが、最初の1000シナリオの内のどれかと非常に似ていても、これらの二つのシナリオ上で複製ポートフォリオは似たキャッシュフローを生成する保証はない）。対照的に負債は、シナリオに関しては尖形的な振る舞いをすることは滅多にない。
- 売りと買いのポジションの組み合わせさせた、レバレッジの効いたポートフォリオの場合。
- 負債ポートフォリオが、契約者または会社の重大な動的行動を内包している場合。

実際の複製資産の不適切なプール

保険負債の種類によっては、現実の取引資産とは矛盾したように振舞うかもしれない。考えられる例としては、非常に残存期間の長い負債や、インフレ指数連動負債などである。これらに対しては、合成（synthetic）資産を使用した複製が必要となるかもしれない。モデリング実務としての理論的問題ではないとしても、投資戦略策定上、これらのポートフォリオの利用価値は非常に少ない。

前提知識

複製作業は、資産、負債、そしてこれらが様々な経済的状況でどのように変化するかについて深い知識を必要とする。数理モデル開発者が何らのガイダンスなしに複製ポートフォリオを導出する作業を全うするためには、これらの分野について知識を身につけていなければならないであろう。制約に対する選択をし、これらの制約を最適化することは、科学というよりアートである。複製ポートフォリオのツールを使用して業務を行うアクチュアリーは、資産、負債、そしてこれらが様々な経済的状況下でどのように反応するかについて、深く理解しておく必要がある。

クラスター・モデリング：

複製ポートフォリオに取って代わるか？

複製ポートフォリオ技術においては、負債を再現するために資産のポートフォリオが選択される。これに代わるものとして、クラスター・モデリングとして知られる手法がある。負債の部分集合を用い、適切な係数を個々のセルに適用することによって、負債ポートフォリオ全体を再現しようとするものである。これを達成するために、モデル開発者が適切と考える変数群に従った類似性に基づき、契約集団は、比較的少数の均質な集団（クラスター）にグループ化される。各契約をクラスターにグループ化したら、クラスター全体を表すようにそのクラスター内の最も代表的な契約をスケールアップする。

類似性を測定する変数には、負債の保有ファイルの情報（ファンド種類毎の積立金の分布等）に基づくものもあれば、一つまたは数本のキャリブレーション・シナリオ上での契約レベルでの結果（特定のシナリオでの個々契約の将来キャッシュフローの現在価値）に基づくものもある。変数は、モデルの利用目的を視野に入れながら選択すべきであり、例えば、複数の経済シナリオ上でマッチさせることや、死亡率や解約率前提を変化させた場合も含めてマッチさせることもある。

複製ポートフォリオ同様、クラスター・モデリングは最適化過程である。しかしながら、クラスター・モデリングでは、資産のプールを用いて負債を再現するのではなく、負債の小部分集合を選択して、それを負債を再現するために用いるのである。

複製ポートフォリオ同様、クラスター・モデリングは最適化過程である。しかしながら、クラスター・モデリングでは、資産のプールを用いて負債を再現するのではなく、負債の小部分集合を選択して、それを負債を再現するために用いるのである。複製ポートフォリオと同様に、クラスター・モデリングを使用することで、しばしば三桁またはそれ以上のオーダーで、モデルのランタイムを大幅に減らすことができる。更に、クラスター・モデリングは以下の長所も備えている。

- 負債の元々の特性を用いてその負債をモデルすることにより、1000個のシナリオ上で複製がうまくいけば、1001番目のシナリオ上でうまくいっていることにより確信をもつことができる。
- クラスター負債は実際の負債であり、当該モデルポイントにマッピングされたセルを代表するために単純に拡大されただけのものである。従って、予期しないモデルの動きが発生するリスクが軽減される。
- クラスター・モデルは、市場価値やキャッシュフローの複製のみならず、正確な法規制上の、またはIFRS、US GAAP上の損益計算書、バランスシートを生成することができる。
- クラスター・モデルは市場リスクのみならず、保険リスクをモデルし、測定するために使用できる。
- クラスター・モデルは、確率論的シナリオ上での会社の必要資本や、ソルベンシー・リスクをモデルするために使用できる。
- クラスター・モデルは極めて少ない（通常5本以下）キャリブレーション・シナリオしか必要とせず、モデルが更新されたときも容易に自動的に更新できる。

クラスター・モデリングに関する更に詳細な情報については、下記のミリマンのサイトにある「クラスター分析：空間的アプローチによる数理モデリング」のレポートを参照されたい。

<http://jp.milliman.com/jp/publications/research/cluster-analysis-spatial-approach-jpk-R08-01-08.php>（日本語訳） <http://www.milliman.com/expertise/life-financial/publications/rr/pdfs/cluster-analysis-spatial-rr08-01-08.pdf>（原文）

複製ポートフォリオと比較すると、クラスター・モデリングはヘッジや市場リスク管理には向かない。

複製ポートフォリオと比較したクラスター・モデリングの他の弱点として、以下が挙げられる。

- キャリブレーションで使用したシナリオ以外のシナリオで機能するというをはっきりと宣言するためには、ある種の割り切りが必要である。
- モデルは評価日毎に変化するため、一時点から次の時点の間の結果に、定量化が困難なノイズが入り込んでしまうということもある。

複製ポートフォリオとクラスター・モデリングの総体的な関係

複製ポートフォリオとクラスター・モデリングは、効率的な計算手法として必ずしも互いに競合するものではない。前セクションで説明したように、複製ポートフォリオにはいくつかの限界が存在するが、それはクラスター・モデリングによって補完されるかもしれないのである。例えば、ソルベンシーIIのSCR（ソルベンシー資本要件）の標準的なフォーミュラ手法による計算を考えてみる。複製ポートフォリオは、負債価値のクローズド・フォーミュラを用いることによって、ほとんど即座に市場リスクを計算することができよう。複製ポートフォリオは、保険引受リスクの測定には役立たないが、その目的にはクラスター・モデリングが強力な道具として活用できよう。クラスター・モデリングは、市場リスク計算のための時間を短縮することもできようが、それでも確率論的プロジェクトが必要であろうし、その目的においては複製ポートフォリオよりも遅いであろう。

複製ポートフォリオとクラスター・モデリングは、効率的な計算手法として必ずしも互いに競合するものではない。前セクションで説明したように、複製ポートフォリオにはいくつかの限界が存在するが、それはクラスター・モデリングによって補完されるかもしれないのである。

図11

リスクモジュール		QIS4に基づくキャピタル・チャージの額の計算
市場リスク	金利リスク	金利の期間構造が上または下方向へ変化した際の純資産価値の変化額。ショック率は残存期間毎に決められており、現在のイールド・カーブに乗じられる。
	株式リスク	株価が即時に下落した場合の純資産価値の変化額。ショック率は株式市場の種類毎に決められている。資産価値のみならず、株価連動型商品では負債価値にも影響する点に注意を要する。
	不動産リスク	株式リスクと同様。ショック率は不動産価格に乗じられる。
	通貨リスク	株式リスクと同様。ショック率は外国通貨建資産価値に乗じられる。
	スプレッド・リスク	信用スプレッドが変化した場合の、資産価値の変化額。通常、負債価値には影響しない。
	市場集中リスク	特定の発行者に対してのエクスポージャーが極度に集中している資産について、キャピタル・チャージが計算される。
保険引受リスク	死亡率リスク	死亡率が10%上昇した場合の純資産価値の変化額。
	生存リスク	死亡率が25%低下した場合の純資産価値の変化額。
	障害リスク	障害発生率が次年度に35%、それ以降は25%上昇した場合の純資産価値の変化額。
	解約リスク	解約率が上昇または下降した場合の純資産価値の変化額。上昇と下降はそれぞれ基本解約率の150%および50%であり、解約が負債価値を増加させる方向のみ計算する。上昇の場合は大量解約の場合の影響額が最低額となる。
	事業費リスク	事業費が10%増加した場合の純資産価値の変化額。インフレ率は年1%の増加。
	条件変更リスク	年金額が3%増加した場合の純資産価値の変化額。
	巨大災害リスク	キャピタル・アット・リスクの0.15%。

例示

この節では、二つの商品に関する結果を提示する。

1. 一時払変額年金（米国）

- ・ 積立金のイン・ザ・マネーネスによる契約者の動的行動が反映されている。

2. 保険料払込中養老保険（オランダ）。保証利率は3.5%であり、「U イールド・リターン」に基づく有配当である。

- ・ U イールド・リターンとは、オランダにおける配当還元基準である。
- ・ 2年から15年の国債パッケージの最終利回りに基づき配当還元を行うものである。

一時払変額年金

商品内容

変額年金（VA）は、様々な種類の最低保証生存給付（GLBs）を提供する。

- ・ **最低年金原資保証（GMAB）**：GMABは通常、指定年数経過後の年金原資が保険料に対する一定割合を下回らないことを保証する。最も単純な形は、10年後に保険料の100%返還を保証するといったものである。もっと複雑な種類では、ボーナスが付加されたり、保険期間の更新を保証する権利が付加されたりする。
- ・ **最低年金額保証（GMIB）**：GMIBは、年金という形の最低限の収入額を保証するものである。通常7年～10年の一定期間（通常、待機期間と呼ばれる）契約が有効であることを条件に、保証額は払出年金に変換される。保証率は保守的な利率、死亡率前提に基づき計算されたものである。年金開始前の基本保証額は通常、ロールアップやラケットといった手法により決定される。このタイプでは、契約が年金化されることが必須となる。
- ・ **最低引出額保証（GMWB）**：GMWBは、積立金のパフォーマンスに関らず、指定された一定額の一部引出を保証するものである。GMWBは、「保証基準額」と呼ばれる一定金額と等しい額を保証する。よく知られる仕組みは、保証基準額の7%を毎年引き出すものであり、契約者は14.2年間7%の引出が保証される。この給付はたいてい3年～5年毎に運用成果が良好な場合、最低保証額がステップアップされる。
- ・ **最低終身引出額保証（GLWB）**：GLWBは、一定額保証ではなく、終身引出を保証する設計となっている。他の保証と同様、基本給付額は、通常ロールアップやラケットの仕組みを反映したものである。

最低保証生存給付は、保険会社によって提供された保険契約者のオプションと考えられる。保険契約者は、年金開始（GMIB）や引出（GMWB、GLWB）、または一定期間契約を保持（GMAB）することにより、有益だと考えられる時にそのオプションを行使することができる。契約者は、積立金が上昇し、生存給付の最低保証が有効になる状況にない場合など、オプションの価値が小さくなった場合は、契約を解約することでオプションの権利を放棄してもよい。そのような契約者の行動を反映するため、変額年金の将来のキャッシュフローをプロジェクションする際には、通常、動的解約や動的年金選択率または動的引出率を前提に織り込む。

GMWBは、積立金のパフォーマンスに関らず、指定された一定額の一部引出を保証するものである。**GMWB**は、「保証基準額」と呼ばれる一定金額と等しい額を保証する。

負債ポートフォリオ

複製のために、下記の特性を持つ保有契約のポートフォリオを選択した。

- 最低死亡保証（GMDB）、最低年金原資保証（GMAB）、最低引出額保証（GMWB）を含む様々な種類の最低保証の付加された一時払変額年金（SPVA）保有契約210,000件。
- 保険料・給付金は米国ドル建てであり、ファンドは米国株式、米国債券、外国株式等様々な種類がある。

複製ポートフォリオによる結果

1000シナリオの負債ポートフォリオのキャッシュフロー・プロジェクションに基づき、複製ツールは年次キャッシュフロー複製手法により、下記のキャリブレーション・ターゲットを用いて複製ポートフォリオの発見を試みる。

- 年次キャッシュフローのシナリオ平均
- キャッシュフロー割引現在価値のシナリオ平均

図12はポートフォリオの複製結果である。

1000シナリオの負債ポートフォリオのキャッシュフロー・プロジェクションに基づき、複製ツールは年次キャッシュフロー複製手法により、複製ポートフォリオの発見を試みる。

図12

資産	金額
オプション	-493.8 百万
スワプション	-31.4 百万
株式指標トータルリターン	1021.2 百万

複製ポートフォリオによる年次結果の内訳

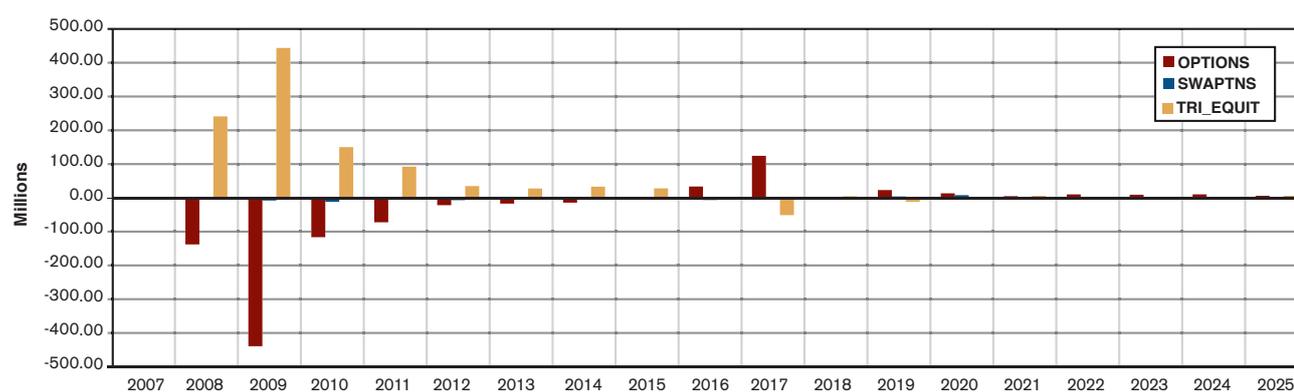
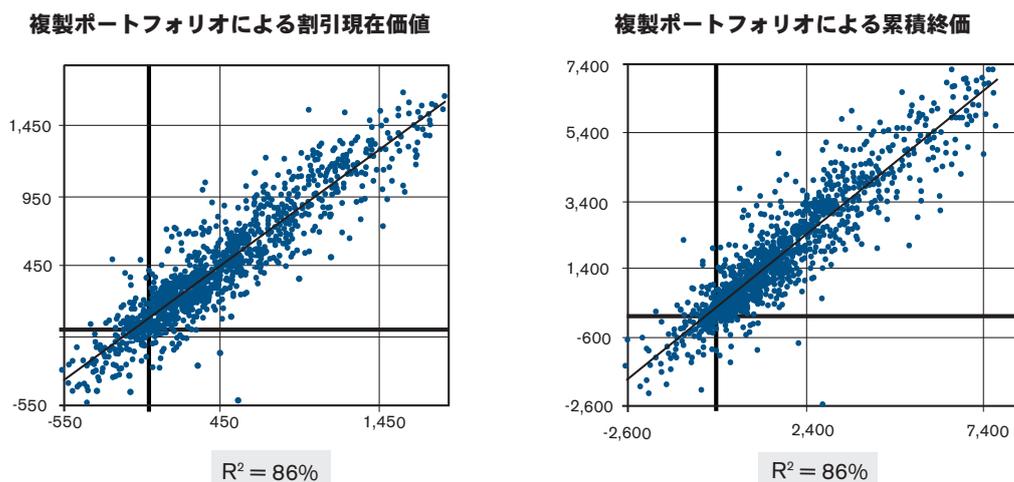


図13のグラフは、真のキャッシュフローの現在価値および累積終価に対する複製ポートフォリオの割引現在価値および累積終価をそれぞれ比較したものである。割引価値および累積終価ともに複製ポートフォリオのR²値は86%である。

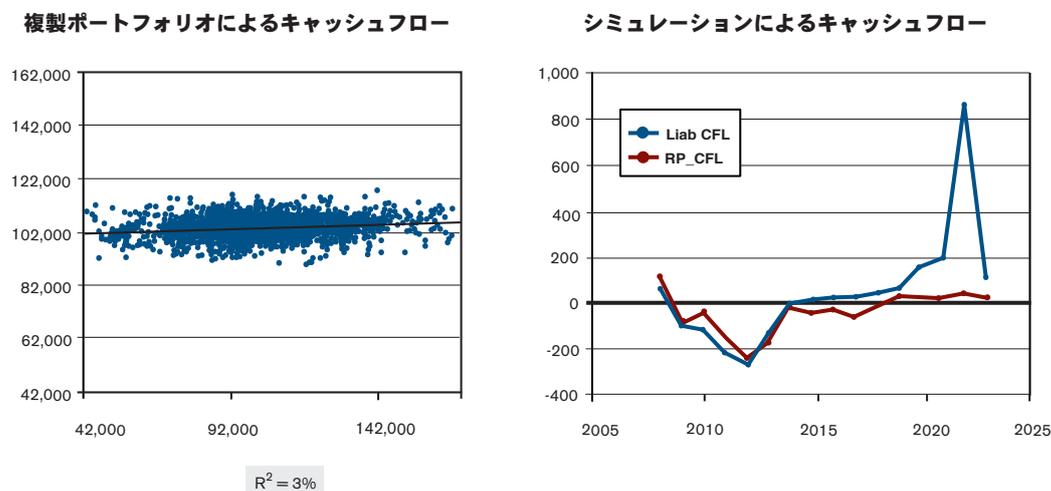
図13



この複製は、年次キャッシュフロー複製手法に基づくものであるが、複製された年次キャッシュフローのR²値はたったの3%である。入手可能な資産の範囲では、毎年のキャッシュフローについて高いR²値を持つ複製ポートフォリオを構築するのは不可能である。これは、特異なキャッシュフロー・パターンを引き起こす契約者行動がキャッシュフロー・プロジェクションに反映されているためであると推察される。例えば、積立金が急上昇すれば保証は大幅にアウト・オブ・ザ・マネーになり、契約者は解約し、結果としてある年のキャッシュフローはこの経済事象によりとても大きくなる。この種の動きはバリアオプションで複製できると考えられるが、これらのオプションは現在複製ツールには含まれていない。

図14のグラフは、プロジェクション初年度の複製キャッシュフローのR²値、および、ある年において極端なキャッシュフロー変化が起こる—キャッシュフロー・シュミレーションの結果を表している。

図14



クラスター・モデリングによる結果

クラスター・モデリングは、特に変額年金などの複雑で極端な契約者行動を伴う、モデリングの手腕を問われる商品においては、負債の結果を再現するのにより効果的であり得る。複製ポートフォリオとは対照的に、クラスタリング作業は使用可能な資産のプールに制限されるようなことはない。クラスタリングは負債の部分集合でその負債を表現するため、そのような行動は通常、容易に再現できる。

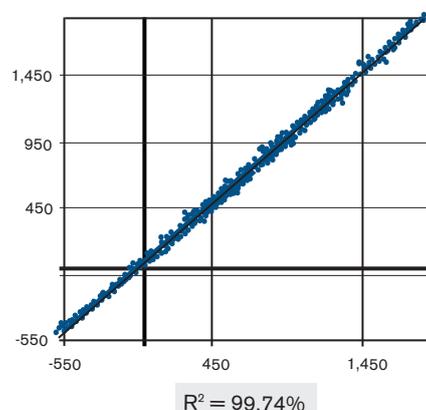
二本のキャリブレーション用シナリオを用いて、図14と同じ変額年金のポートフォリオを再現するためのクラスター・モデルを作成した。一方のシナリオでは全てのファンドは単調増加し、他方のシナリオでは単調減少する。クラスター・モデルのフィッティングでは、主に両シナリオにおけるキーとなるキャッシュフローの現在価値を用いたが、プロジェクション開始時におけるファンド別の積立金も使用した。クラスター過程では、一件別モデルのキャリブレーション・データを厳密に再現する、契約群団の部分集合を選定するための自動化されたアルゴリズムが用いられる。負債を再現するために、資産のプールではなく負債の部分集合を用いているために、通常複製ポートフォリオでは100~500シナリオといったシナリオが使われるのとは対照的に、ほんの少しのキャリブレーション用シナリオしか必要とされない。伝統的な商品に対しては1シナリオ、利率変動型や特別勘定商品では通常おそらく2~3シナリオで十分であることが分かっている。既に述べたように、この応用例では二本のキャリブレーション用シナリオを使用した。

次に、250セルのクラスター・モデルを1000本の確率論的シナリオ上でランし、キャッシュフローの現在価値を比較した。図15のグラフの通り、 R^2 値は99.7%であった。

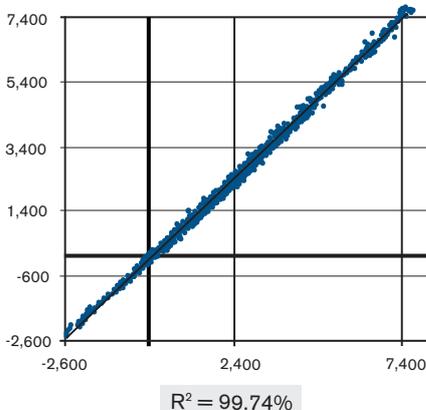
クラスター・モデリングは、特に変額年金などの複雑で極端な契約者行動を伴う、モデリングの手腕を問われる商品においては、負債の結果を再現するのにより効果的であり得る。

図15

一件別vsクラスター・モデリングの
割引現在価値の比較



一件別vsクラスター・モデリングの
累積終値の比較



このグラフと複製ポートフォリオの結果を比較すると、クラスター・モデリングの方が極めて良い結果が得られたことが分かる。加えて、クラスター・アルゴリズムは、ユーザーが希望するラン実行時間と正確さのトレードオフの水準を選択するために、極めて簡単に圧縮の程度を調節することができる。上記の例では、840対1の圧縮比率を用いたが、これは、一つのクラスター・セルが平均して840の契約を代表するというのである。これは伝統的な変額年金の数理モデルが、通常は5対1から10対1の圧縮比率であることと対照的である。もし、より高い R^2 値を求めるならばクラスター・セル数を増やし、実行時間の早さを求めるならば R^2 値が低下することと引き換えにセル数を減らすことができる。

840対1の圧縮比率では、一件別データを用いるのに比してモデルのランタイムが大きく短縮されることが期待される。通常、このようなモデルでは負債のランタイムがモデルのランタイムの大部分を占めるので、全体

このグラフと複製ポートフォリオの結果を比較すると、クラスター・モデリングの方が極めて良い結果が得られたことが分かる。加えて、クラスター・アルゴリズムは、ユーザーが希望するラン実行時間と正確さのトレードオフの水準を選択するために、極めて簡単に圧縮の程度を調節することができる。

としてのランタイムはセルの圧縮比率に近い率で減少する。しかし、クラスター・セルには、複製ポートフォリオのようにクローズド・フォームによる解法は存在しないので、ランタイムは複製ポートフォリオに比べると著しく長い。

保険料払込中有配当養老保険

商品内容

この例では、オランダの保証利率3.5%の「Uリターン」形式の有配当養老保険の保有契約について複製ポートフォリオを決定した。

次の特性の負債ポートフォリオを選択した。

- 数理的準備金7.9百万ユーロ、5500件の保有契約

複製ポートフォリオによる結果

負債ポートフォリオの1000シナリオのキャッシュフロー・プロジェクションに基づき、ポートフォリオ複製ツールは年次キャッシュフロー複製手法により、下記のキャリブレーション・ターゲットを用いて複製ポートフォリオを見つけようと試みる。

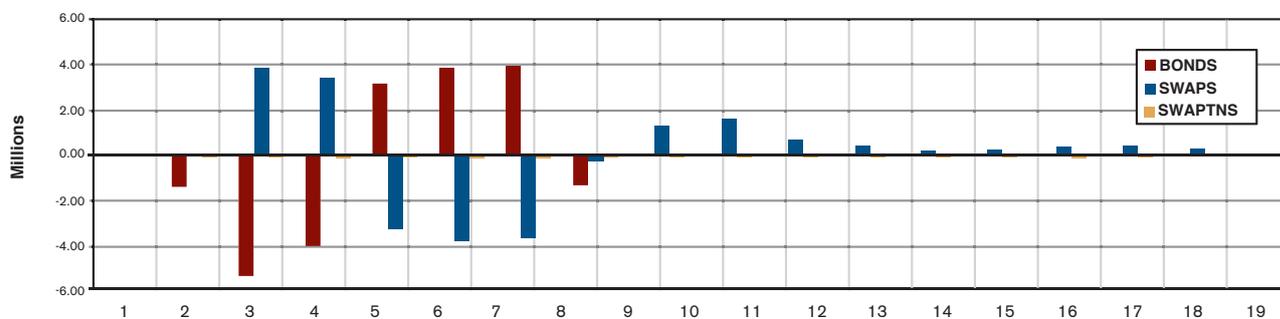
- 年次キャッシュフローのシナリオ平均
- キャッシュフロー割引現在価値のシナリオ平均

結果の複製ポートフォリオは図16のとおりである。

図16

資産	金額
債券	-1.4 百万
スワップ	1.5 百万
スワプション	0.1 百万

複製ポートフォリオによる年次結果の内訳



最適複製ポートフォリオは、大きな売りと買いのポジションを持つ。平準払いの商品では、通常売りポジションを持つ。買いポジションは将来の給付の支払い（支出）にマッチさせるためであり、売りポジションは将来の保険料収入にマッチさせるためである。この組み合わせは、売りポジションに制限を加えた形に変更できるが、通常フィットはより悪いものとなる。

図17のグラフは真のキャッシュフローの現在価値および累積終価に対する複製ポートフォリオの割引現在価値および累積終価をそれぞれ比較したものである。割引価値の複製ポートフォリオの R^2 値は98.7%であり、累積終価の場合は99.9%である。

最適複製ポートフォリオは、大きな売りと買いのポジションを持つ。平準払いの商品では、通常売りポジションを持つ。買いポジションは将来の給付の支払い（支出）にマッチさせるためであり、売りポジションは将来の保険料収入にマッチさせるためである。

図17

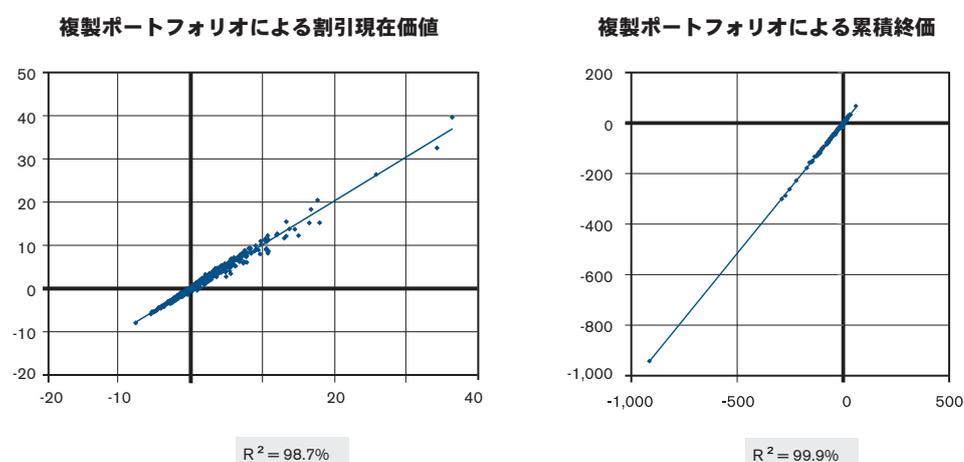


図18のグラフは、プロジェクション初年度の複製キャッシュフローの R^2 値を表している。この商品では、複製は単年度のキャッシュフローにも適したものとなっている。

図18





Milliman, whose corporate offices are in Seattle, serves the full spectrum of business, financial, government, and union organizations. Founded in 1947 as Milliman & Robertson, the company has 51 offices in principal cities in the United States and worldwide. Milliman employs more than 2,300 people, including a professional staff of more than 1,100 qualified consultants and actuaries. The firm has consulting practices in employee benefits, healthcare, life insurance/financial services, and property and casualty insurance. For further information visit milliman.com.

**Baarnsche Dijk 12c
3741 LS Baarn
NETHERLANDS**

**TEL: (+) 31 35 5488013
FAX: (+) 31 35 5488029**

**1301 Fifth Avenue, Suite 3800
Seattle, WA 98101-2605
USA**

**TEL: +1 206 624 7940
FAX: +1 206 340 1380**

**Urbannet Kojimachi Building 8F
1-6-2 Kojimachi
Chiyoda-ku
Tokyo 102-0083
JAPAN**

**TEL: (+) 81 3 5211 7031
FAX: (+) 81 3 5211 7033**

milliman.com